

سلامت بخش برق

سلامت بخش برق

[www.power2.ir](http://www.power2.ir)

[reza@power2.ir](mailto:reza@power2.ir)

## فصل ششم

## Time-varying Fields میدانهای متغیر با زمان

تا کنون میدانهای بررسی شده ساکن بودند یا عبارتی نامتغیر با زمان. میدانهای الکتریکی و مغناطیسی ساکن هیچگونه وابستگی به یکدیگر ندارد اما این موضوع در مورد میدانهایی که تغییرات زمانی دارند صادق نمی باشد. وابستگی متقابل و وجود همزمان میدانهای الکتریکی و مغناطیسی متغیر با زمان اجتناب ناپذیر است.

## قانون فاراده Faraday

شاید بتوان گفت که اساس میدانهای متغیر با زمان بر پایه قانون فارادی نهاده شده است. بر طبق این قانون تغییرات زمانی فلوی میدان مغناطیسی ایجاد نیروی محرکه الکتریکی می کند که با عامل بوجود آورنده خود مخالف می کند یا عبارتی:

$$e = -\frac{d\psi}{dt}$$

از طرفی

$$\psi = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

تغییرات زمانی  $\psi$  می تواند ناشی از تغییرات زمانی  $\vec{B}$  (یا عامل اصلی آن  $i$ ) باشد یا ناشی از تغییرات زمانی سطح  $s$  باشد که  $\psi$  از آن عبور می کند و یا تغییرات توأم هر دو  $(S, \vec{B})$

$$e = emf = \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

در حالت اول

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

و یا (شکل انتگرالی قانون فارادی)

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

$$\int_s \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

$$\int_s \left( \nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow \nabla \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

قانون اول ماکسول (شکل دیفرانسیلی قانون فارادی)

یعنی تغییرات زمانی میدان مغناطیسی، ایجاد میدان الکتریکی می کند.

در حالت دوم: سطح  $ds$  دارای تغییرات زمانی باشد.یعنی اگر قطعه  $d\vec{\ell}$  در مدت  $dt$  با سرعت  $\vec{V}$  در میدان  $\vec{B}$  حرکت کند:

$$d\vec{s} = \vec{V} dt \times d\vec{\ell}$$

میزان فلوئی که از این سطح در مدت  $dt$  می گذرد:

$$d\psi = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint_c \vec{B} \cdot (\vec{V} dt \times d\vec{l})$$

یا به عبارتی

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = -\oint_c \vec{B} \cdot (\vec{V} \times d\vec{l}) = \oint_c \vec{B} \cdot (d\vec{l} \times \vec{V})$$

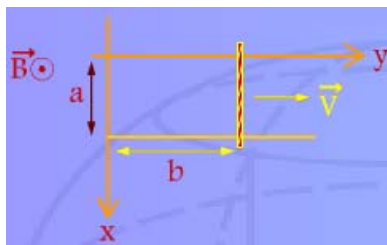
طبق روابط برداری:

$$e = \oint_c (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

و یا بطور کلی (ترکیب دو حالت)

$$e = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \oint_c (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

**مثال:** محاسبه ولتاژ القائی در مداری که در میدان مغناطیسی متغیر با زمان قرار دارد و قسمتی از آن با سرعت  $\vec{V} = v_0 \hat{a}_y$  حرکت می کند.  $\vec{B} = \hat{a}_z B_0 \cos \omega t$



$$d\vec{s} = \hat{a}_z dx dy, \quad d\vec{l} = dx \hat{a}_x$$

$$\begin{aligned} e &= -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} + \oint_c \vec{V} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} \\ &= -\int_s (-\hat{a}_z B_0 \omega \sin \omega t) \cdot (\hat{a}_z dx dy) + \int_a^0 v_0 \hat{a}_y \times \hat{a}_z B_0 \cos \omega t \cdot dx \hat{a}_x \\ &= B_0 \omega ab \sin(\omega t) - av_0 B_0 \cos \omega t \end{aligned}$$

### جریان جابجائی Displacement current

در میدان الکتریکی ساکن از تغییرات زمانی صرف نظر شد و حالت ماندگار را در نظر گرفتیم

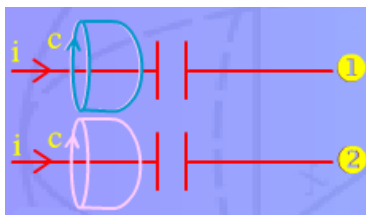
$$\nabla \cdot \vec{J} = 0$$

اما می دانیم که (اصل بقاء بار الکتریکی)

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

از طرفی می دانیم  $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$

برای یک سیستم (مدار) خازنی که جریان  $i$  از مدار می گذرد



برای سیستم ۱

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{total} \Rightarrow H 2\pi r = 0 \Rightarrow H = 0$$

برای سیستم ۲

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{total} \Rightarrow H 2\pi r = i \Rightarrow H = \frac{i}{2\pi r}$$

برای رفع تناقض بایستی

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_D$$

که  $\vec{J}_D$  نامشخص است اما:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) = \nabla \cdot (\vec{J} + \vec{J}_D)$$

$$0 = \nabla \cdot \vec{J} + \nabla \cdot \vec{J}_D$$

یا عبارتی

$$\nabla \cdot \vec{J}_D = -\nabla \cdot \vec{J} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{D}) = \nabla \cdot \left( \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla \cdot \left( \vec{J}_D - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = 0 \Rightarrow \vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

یعنی

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

بدین معنی که تغییرات زمانی میدان الکتریکی، ایجاد میدان مغناطیسی می کند.

## معادلات ماکسول

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \end{array} \right.$$